

# Le Modèle Standard : une théorie géométrique des interactions fondamentales

Le  $xx^e$  siècle fut celui des grandes révolutions scientifiques. Il a commencé par la théorie de la relativité et la mécanique quantique, qui ont inauguré l'ère de la physique microscopique. Durant ce siècle notre pouvoir de résolution a gagné plus de dix ordres de grandeur, nous offrant la vision d'un monde étrange. D'abord incompréhensible, ce monde de l'infiniment petit commence juste à dévoiler ses secrets. Une nouvelle théorie, élaborée pendant les dernières décennies, a bouleversé nos idées sur la dynamique des forces fondamentales et pourrait conduire à un changement profond de notre conception de l'espace et du Cosmos.

La Nature présente autour de nous une incroyable diversité. La variété de formes, de structures, de couleurs et de propriétés qu'elle offre à nos sens semble infinie. Déjà dans l'Antiquité les hommes se demandaient si cette diversité était fondamentale ou induite. Aujourd'hui nous connaissons la réponse : si la Nature est pléthorique en formes et en propriétés, elle est extrêmement économe en éléments de base et en forces fondamentales. A toutes les échelles de la matière, des particules microscopiques produites dans nos accélérateurs jusqu'aux amas de galaxies les plus lointains, et dans tous les degrés de complexité, de l'atome d'hydrogène le plus simple jusqu'aux macro-molécules biologiques les plus compliquées, tous doivent leur structure à quatre forces fondamentales. Elles sont présentées ci-dessous par ordre d'intensité croissante.

- (i) *Les interactions gravitationnelles.* Elles sont connues de notre expérience quotidienne. Elles sont responsables de la chute des pommes sur terre et de la structure de l'Univers. Néanmoins, à l'échelle du monde microscopique, leur intensité est négligeable, beaucoup plus faible que tout ce qu'on a pu mesurer jusqu'à aujourd'hui.
- (ii) *Les interactions faibles.* Responsables de désintégrations radioactives, elles sont à l'origine des processus de fusion qui produisent l'énergie stellaire.
- (iii) *Les interactions électromagnétiques.* Aussi connues de la physique macroscopique. De long rayon d'action, elle sont responsables de la structure des atomes et des molécules, ainsi que de la plupart des propriétés de la matière condensée.

- (iv) *Les interactions fortes.* Elles sont responsables de la cohésion de la matière nucléaire. Elles sont attractives entre les constituants des noyaux, les protons et les neutrons, plus fortes que la répulsion électrostatique entre les protons.

La description théorique de ces interactions a longtemps présenté un grand défi pour les physiciens. Le progrès décisif fut accompli lorsqu'on a compris qu'elles sont toutes liées à un principe géométrique. Sous le titre *Modèle Standard* est connu un schéma théorique qui décrit avec une grande précision et dans un cadre unifié les trois dernières interactions. Son accord avec l'expérience est spectaculaire. Il fut élaboré autour de 1970 et continue toujours à exercer une influence profonde dans notre vision de la physique fondamentale. C'est cette aventure que nous allons exposer dans les articles qui suivent.

### Le problème des courtes distances

Le potentiel classique des interactions électromagnétiques et gravitationnelles est inversement proportionnel à la distance:  $V(r) \sim 1/r$ . Il est singulier lorsque  $r = 0$ . Cette singularité n'est pas d'intérêt purement académique puisque, par exemple, elle entraîne l'instabilité des atomes. La solution fut trouvée dans les années 1920 avec la révolution de la mécanique quantique. Elle est basée sur une de ses propriétés étranges, le principe d'incertitude :

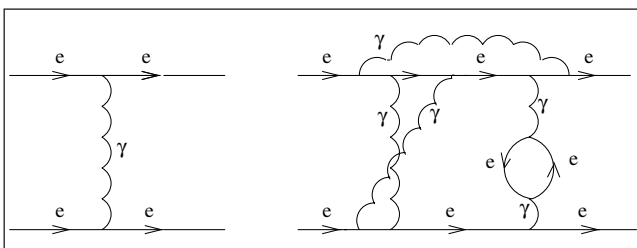
$$(\Delta x)(\Delta p) \geq \hbar \quad (1)$$

Ici  $\Delta x$  et  $\Delta p$  désignent, respectivement, les incertitudes sur la position et la quantité de mouvement de la particule. La signification de cette relation pour les atomes est évidente : l'électron ne peut pas se confiner trop près du noyau parce que, dans ce cas,  $\Delta x \rightarrow 0$  et, d'après (1),  $\Delta p \rightarrow \infty$  et le problème de l'instabilité des atomes disparaît.

Cette solution est incomplète car elle est basée sur une approximation non-relativiste. Lorsqu'on tient compte des corrections relativistes la divergence réapparaît. Ce problème est connu sous le nom de « divergence à courte distance », ou, « divergence ultra-violette ». Il est probablement le problème le plus important de la physique théorique fondamentale depuis l'invention de la mécanique quantique.

### La théorie quantique des champs

C'est la mécanique quantique d'un système avec un nombre infini de degrés de liberté. L'application qui fut développée vers la fin des années 40 par Richard Phillips Feynman, Julian Seymour Schwinger et Sin-itiro Tomonaga et complétée une année plus tard par Freeman John Dyson, est l'électrodynamique quantique, la théorie qui décrit avec une grande précision l'interaction entre les électrons et le champ électromagnétique. Elle associe une particule au champ électromagnétique, le « quantum » du champ, qu'on appelle photon. L'interaction entre particules chargées est décrite comme le résultat d'échange entre elles d'un ou plusieurs photons. Feynman a trouvé une méthode systématique pour décrire cette interaction à l'aide d'images qu'on appelle « diagrammes de Feynman ». La figure 1 en donne quelques exemples.



**Figure 1** - Exemples de diagrammes de Feynman pour le processus de diffusion entre deux électrons. Les lignes droites représentent les électrons ( $e$ ) et les ondulées les photons ( $\gamma$ ). Les flèches montrent le flux de la charge électrique.

Ces diagrammes ne correspondent pas à de vrais processus physiques. Par exemple, dans le deuxième diagramme on présente schématiquement une des contributions qui portent le nom de *polarisation du vide*. Il s'agit de la création à un point de l'espace-temps d'une paire électron-positon par le champ électromagnétique. Ensuite cette paire est annihilée en donnant de nouveau un photon. Cela est un exemple de ce qu'on appelle *processus virtuels*. En effet, dans le vide, la création réelle de cette paire par le champ

électromagnétique violerait la conservation d'énergie et d'impulsion. Mais, à cause de la relation d'incertitude  $(\Delta E)(\Delta t) \geq \hbar$ , ces processus seraient possibles pour des temps très courts.

La théorie est organisée sous forme d'une série infinie selon le nombre de photons échangés. Ainsi le diagramme de gauche est du premier ordre et celui de droite du cinquième. Cette série s'appelle *série des perturbations*. Dans la pratique, la complexité des calculs nous force à nous limiter à un petit nombre de termes. Le résultat le plus important est que, dans cette théorie, la divergence ultraviolette  $r \rightarrow 0$  a disparu. La démonstration est assez technique, mais la raison physique est toujours la relation d'incertitude (1). Seulement cette fois les variables dynamiques ne sont plus la position et la quantité de mouvement de la particule, mais les champs quantiques.

Cette notion de dualité entre champs et particules est très générale. En théorie quantique des champs, à chaque particule correspond un champ quantique, c'est-à-dire une infinité de degrés de liberté pris à chaque point de l'espace. Pour chacune des quatre interactions nous avons des particules qui jouent un rôle équivalent à celui du photon. Toutes les interactions résultent de l'échange de ces particules et sont décrites par des diagrammes de Feynman. On réserve parfois le nom « quanta de radiation » à ces particules – comme le photon – dont l'échange génère les interactions, pour les distinguer des autres – comme l'électron – qui sont les sources de ces champs et qu'on appelle « particules de matière ». En fait, cette distinction est plutôt conventionnelle.

On s'attendrait à ce que cette réussite s'étende au moins aux interactions gravitationnelles qui sont décrites par le même potentiel que les interactions électromagnétiques. Or, tous les efforts pour appliquer les méthodes de l'électrodynamique quantique à la relativité générale, la théorie qui décrit les interactions gravitationnelles au niveau classique, ont échoué. La clé pour comprendre ces différences, ainsi que celles des autres interactions, fut donnée par leurs propriétés de symétrie. Cette étude va nous révéler une relation surprenante entre dynamique et géométrie.

### Les Symétries

Une notion qui a joué un rôle fondamental dans notre compréhension du monde à toutes les échelles est celle de la *symétrie*. En Physique toute notion de symétrie est fondée sur une hypothèse selon laquelle une variable n'est pas mesurable. Une telle hypothèse revient à affirmer que les équations dynamiques restent invariantes dans les changements de cette variable, ce qui, d'après un théorème profond dû à A.E. Noether, implique une loi de conservation. Un exemple simple est celui des translations dans l'espace :  $\vec{x} \rightarrow \vec{x} + \vec{a}$ . Nous pouvons démontrer que l'invariance des équations dynamiques par ces translations, qui exprime l'homogénéité de l'espace, implique la conservation de la quantité de mouvement. La figure 2 donne l'exemple d'une par-

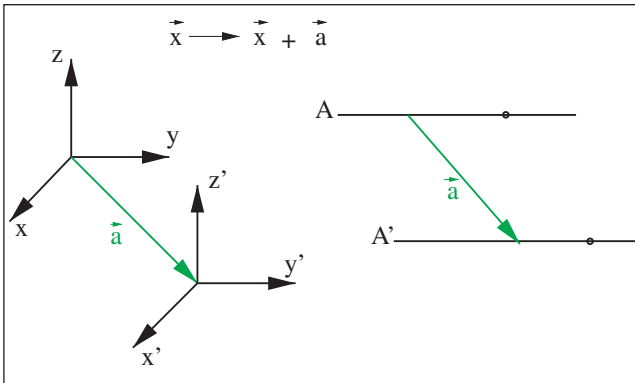


Figure 2 - Symétrie par translation dans l'espace.

ticule ponctuelle libre. Sa trajectoire dans le système des coordonnées  $(xyz)$  est représentée par la droite  $A$ . Si nous opérons la translation de l'origine du système des coordonnées par le vecteur constant  $\vec{a}$ , l'image de la droite  $A$  dans le nouveau système  $(x'y'z')$ , est la droite  $A'$ . La symétrie nous assure qu'elle est aussi une trajectoire possible pour une particule libre.

Un deuxième exemple est l'invariance de la physique par rotation du système des coordonnées, qui conduit à la conservation du moment cinétique. Toutes ces symétries se réfèrent à des transformations de l'espace-temps, transformations géométriques, au sens propre du terme, faciles à visualiser et à comprendre de façon intuitive.

### Symétries internes

Il faudra une certaine abstraction pour envisager des transformations qui n'affectent pas le système de coordonnées de l'espace et du temps, tout en changeant les variables dynamiques du problème étudié. On appellera les symétries qui en résultent *symétries internes*. Un exemple simple est celui de la phase de la fonction d'onde. En mécanique quantique l'état d'un système est décrit par sa fonction d'onde dont seul le module est une quantité mesurable. Si  $\Psi(\vec{x}, t)$  est la fonction d'onde, la transformation  $\Psi(\vec{x}, t) \rightarrow e^{i\theta} \Psi(\vec{x}, t)$  est une symétrie interne. La quantité conservée qui lui est associée est la probabilité de présence du système dans l'espace. Ainsi, cette invariance de phase est essentielle pour l'interprétation probabiliste de la mécanique quantique.

Du point de vue mathématique, les transformations de phase ont une propriété très simple : si on fait deux transformations successives, le résultat ne dépend pas de leur ordre. On dit que ces transformations *commutent* et on appelle ces symétries *abéliennes*, en l'honneur du mathématicien Norvégien Niels Henrik Abel. Parmi les symétries d'espace-temps qu'on a mentionnées plus haut, il est facile de voir que les translations de l'espace sont abéliennes. Ce n'est pas le cas des rotations. En effet, le résultat de deux rotations successives autour de deux axes différents dépend

de l'ordre dans lequel elles sont faites. Ces symétries sont *non-abéliennes*.

En 1932 Werner Carl Heisenberg généralisa le concept de symétrie interne à des transformations non-abéliennes. Parti de l'observation que les niveaux d'énergie des noyaux semblent être, dans une bonne approximation, insensibles à l'échange proton  $\leftrightarrow$  neutron, il proposa un schéma selon lequel les forces nucléaires seraient invariantes dans des transformations qui mélangent les protons et les neutrons de la même façon que les rotations dans l'espace mélangent les trois vecteurs de base. En fait, la structure mathématique de cette nouvelle symétrie est identique à celle des rotations sauf que, cette fois, l'espace n'est plus l'espace physique mais un autre espace abstrait. L'importance de cette découverte est capitale. Pour la première fois l'espace du physicien devint un objet mathématique multidimensionnel, dont une partie seulement, l'espace-temps ordinaire, est accessible à nos sens.

### Symétries locales, ou Symétries de jauge

Toutes les transformations que nous avons considérées dépendent d'une façon continue d'un, ou plusieurs, paramètres. Les translations dans l'espace dépendent des trois composantes du vecteur  $\vec{a}$ , les changements de phase en mécanique quantique de  $\theta$ , etc. Ces paramètres ne dépendent pas du point de l'espace-temps  $(\vec{x}, t)$ . Nous pouvons aussi considérer des transformations dont les paramètres sont des fonctions arbitraires de  $(\vec{x}, t)$ . Ce genre de transformations s'appelle *transformations locales*, ou *transformations de jauge*. Pourraient-elles être des symétries d'une théorie physique ? A première vue, il semblerait que la réponse soit *non*.

Examinons le cas de translations dans l'espace. Les translations locales seraient décrites par  $\vec{x} \rightarrow \vec{x} + \vec{a}(\vec{x}, t)$ . Si les trois composantes  $\vec{a}(\vec{x}, t)$  sont des fonctions arbitraires du point  $(\vec{x}, t)$ , l'image de la ligne droite  $A$  qui décrit la trajectoire d'une particule libre, sera la courbe  $A''$  (figure 3).

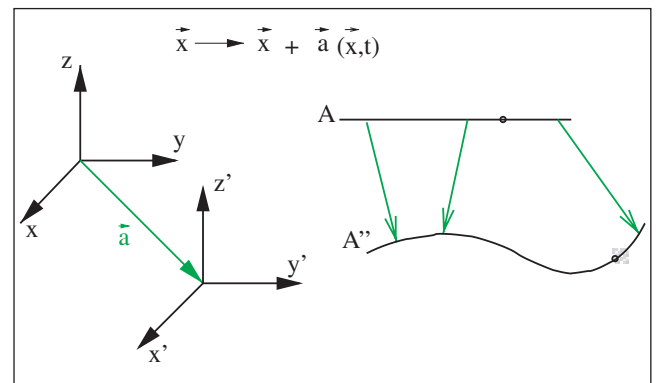


Figure 3 - Translations spatiales locales.

## Encadré 1

## Invariance de Jauge

Considérons l'équation de Schrödinger pour une particule libre, avec la condition de normalisation :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{x}, t) = \hat{H} \Psi(\vec{x}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \Delta \Psi(\vec{x}, t) \quad (2)$$

$$\int |\Psi|^2 d^3x = 1$$

où  $\Psi(\vec{x}, t)$  est la fonction d'onde et  $\hat{H}$  l'hamiltonien de la particule. L'équation (2) est invariante par transformation de phase  $\Psi(\vec{x}, t) \rightarrow e^{i\theta} \Psi(\vec{x}, t)$  où  $\theta$  est une constante. Nous obtenons les transformations de jauge correspondantes en remplaçant  $\theta$  par  $\theta(\vec{x}, t)$ . L'équation (2) n'est plus invariante sous ces transformations. En effet,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \rightarrow e^{i\theta(\vec{x}, t)} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + i e^{i\theta(\vec{x}, t)} \Psi \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3)$$

Le deuxième terme, qui est proportionnel aux dérivées de la fonction  $\theta$ , brise l'invariance. Est-il possible de trouver une équation analogue de (2), qui reste invariante sous les transformations locales ? La réponse est connue aussi bien des physiciens que des mathématiciens. Dans notre langage il faut introduire un potentiel scalaire  $A_0(\vec{x}, t)$ , et un potentiel vecteur  $\vec{A}(\vec{x}, t)$  et remplacer les opérateurs de dérivée par :

$$\partial_t \equiv \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow D_t \equiv \frac{\partial}{\partial t} - iq A_0(\vec{x}, t) \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{D} \equiv \vec{\nabla} - iq \vec{A}(\vec{x}, t)$$

avec  $q$  une constante arbitraire. Un calcul direct montre que les nouveaux opérateurs différentiels ont la propriété :

$$D_t [e^{i\theta(\vec{x}, t)} \Psi(\vec{x}, t)] = e^{i\theta(\vec{x}, t)} D_t \Psi(\vec{x}, t) \quad (5)$$

$$\vec{D} [e^{i\theta(\vec{x}, t)} \Psi(\vec{x}, t)] = e^{i\theta(\vec{x}, t)} \vec{D} \Psi(\vec{x}, t)$$

pourvu que les potentiels  $A_0$  et  $\vec{A}$  se transforment comme :

$$A_0 \rightarrow A_0 + q^{-1} \partial_t \theta \quad ; \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A} + q^{-1} \vec{\nabla} \theta \quad (6)$$

A cause de cette propriété les dérivées  $D_t$  et  $\vec{D}$  s'appellent dérivées covariantes.

Ecrivons maintenant l'équation de Schrödinger en remplaçant les dérivées par les dérivées covariantes :

$$i\hbar \left[ \frac{\partial}{\partial t} - iq A_0(\vec{x}, t) \right] \Psi(\vec{x}, t) =$$

$$- \frac{\hbar^2}{2m^2} [(\vec{\nabla} - iq \vec{A}(\vec{x}, t)) \cdot (\vec{\nabla} - iq \vec{A}(\vec{x}, t))] \Psi(\vec{x}, t) \quad (7)$$

Cette équation reste invariante sous les transformations de jauge ; nous avons donc résolu le problème géométrique qu'on s'était posé. Il est admirable que la solution, loin d'avoir un intérêt purement mathématique, décrive le mouvement d'une particule de charge électrique  $q$  dans un potentiel électromagnétique  $A_0$  et  $\vec{A}$ . L'interaction électromagnétique a donc aussi une origine géométrique.

Aucune particule libre ne saurait suivre une telle trajectoire. Une particule ne suivra la trajectoire  $A''$  que si elle est soumise à des forces bien précises. Peut-on déterminer ces forces ? En d'autres termes, peut-on trouver la dynamique qui reste invariante sous des translations locales ? La question semble être purement géométrique, dépourvue de signification physique évidente. Néanmoins, le résultat surprenant est que la dynamique qu'on trouve n'est pas une dynamique quelconque, mais une des quatre forces fondamentales de la Nature, la force de gravitation. Les équations qui restent invariantes sous des translations locales sont les équations de la relativité générale d'Einstein. La gravitation a une origine géométrique.

Nous pouvons refaire cet exercice et chercher la mécanique quantique qui serait invariante sous des transformations de phase locales :  $\Psi(\vec{x}, t) \rightarrow e^{i\theta(\vec{x}, t)} \Psi(\vec{x}, t)$  (Voir encadré 1). A nouveau, la solution d'un problème mathématique nous conduit à la formulation d'une interaction fondamentale, l'électrodynamique, sous forme d'un principe géométrique.

## Le Modèle Standard

L'extension des méthodes qui furent si efficaces pour l'électrodynamique, aux deux autres interactions s'est avérée longue et difficile. Le principe de l'invariance de jauge dut être généralisé et des concepts nouveaux durent être développés. Le progrès essentiel fut accompli lorsqu'on a compris que toutes les interactions ont une origine géométrique et obéissent à une invariance locale qui généralise l'invariance de phase de l'électrodynamique. La difficulté majeure venait du fait que l'application directe du principe de l'invariance de jauge semblait entraîner l'apparition des particules de masse nulle qu'on avait appelées quanta de radiation. Il faut rappeler ici que le rayon d'action d'une interaction est inversement proportionnel à la masse de la particule dont l'échange produit l'interaction. Cela signifie que l'invariance de jauge semblait produire uniquement des interactions de portée infinie. Si ce résultat est satisfaisant pour l'électrodynamique, dont le quantum de radiation – le photon – est de masse nulle, il est en contradiction avec la phénoménologie aussi bien des interactions faibles que des

## Brisure spontanée d'une symétrie

A un problème, dont la dynamique possède une certaine symétrie, nous cherchons d'habitude des solutions qui respectent cette symétrie. Cependant, il y a des cas où la solution symétrique n'est pas la plus intéressante pour la physique. Considérons l'exemple d'une barre cylindrique, articulée à ses extrémités et soumise à une force de compression.

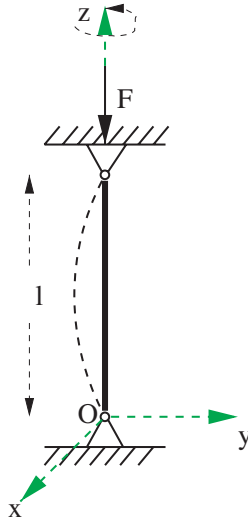


Figure - Flexion d'une barre cylindrique.

Le système est symétrique par rotation autour de l'axe des  $z$ . Soient  $X(z)$  et  $Y(z)$  les déviations par rapport à la coordonnée verticale dans les directions  $x$  et  $y$  de l'axe de la barre au point  $z$ . Les équations d'élasticité pour  $X$  et  $Y$  petits sont

$$IE \frac{d^4 X}{dz^4} + F \frac{d^2 X}{dz^2} = 0 ; \quad IE \frac{d^4 Y}{dz^4} + F \frac{d^2 Y}{dz^2} = 0 \quad (8)$$

où  $I = \pi R^4/4$  est le moment d'inertie de la barre et  $E$  le module de Young. Le système admet toujours la solution symétrique  $X = Y = 0$ . Cependant, nous pouvons aussi chercher des solutions asymétriques de la forme générale :  $X = A + Bz + C \sin(kz) + D \cos(kz)$  avec  $k^2 = F/EI$ , qui satisfait aux conditions aux limites :  $X = X'' = 0$  à  $z = 0$  et  $z = l$ . De telles solutions existent,  $X = C \sin(kz)$ , pourvu que  $kl = n\pi$  ;  $n = 1, \dots$ . La première apparaît lorsque  $F$  approche la valeur critique :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (9)$$

L'apparition de ces solutions est déjà un signe d'instabilité et, en effet, une analyse détaillée montre que les solutions asymétriques ont une énergie plus basse. En fait, cette instabilité apparaît pour tout  $F \geq F_{cr}$ . Où est passée la symétrie initiale ? Elle est cachée, dans le sens qu'on ne peut pas prédire la direction sur le plan  $(x, y)$  selon laquelle la barre va fléchir. Si nous appliquons une transformation de la symétrie, dans ce cas une rotation autour de l'axe des  $z$ , à une solution asymétrique, nous obtenons une autre solution asymétrique qui a exactement la même énergie que la première. Nous qualifions une telle symétrie de spontanément brisée et, dans cet exemple, nous trouvons toutes ses caractéristiques : il existe un point critique, i.e. une valeur critique d'un paramètre externe qu'on peut varier (ici la force  $F$ ) et qui détermine si il y a brisure spontanée ou non. Au-delà de ce point (i) la solution symétrique devient instable et (ii) l'état fondamental devient dégénéré.

forces nucléaires, qui ont un rayon d'action très court. Cette difficulté explique le long décalage entre la formulation théorique des théories de jauge par Chen Ning Yang et Robert Laurence Mills en 1954 et la construction du Modèle Standard vers 1970. La solution nécessita l'introduction de techniques et de concepts dont l'importance dépasse le cadre des particules élémentaires et couvre une grande partie de la physique théorique moderne.

Déjà en physique classique nous savons qu'un grand système peut exister sous plusieurs phases ayant chacune des propriétés très différentes. Par exemple, l'eau, selon les conditions de température et de pression, peut exister en phase solide, liquide ou gazeuse. La théorie quantique des champs décrit un très grand système avec un nombre infini de degrés de liberté. On s'attend donc à ce qu'elle exhibe un phénomène de transitions de phase. Ceci s'applique aussi

aux théories de jauge. Sans entrer dans des détails techniques, on peut dire que nous avons souvent au moins deux phases : dans la première, qu'on appelle « phase de symétrie non brisée », ou « phase de Wigner », les quanta de radiation sont de masse nulle et les interactions sont de longue portée. C'est le cas de l'électrodynamique quantique, mais aussi, comme nous allons l'expliquer plus loin, de la théorie qui décrit les interactions fortes. Dans la deuxième, qu'on appelle « phase de brisure spontanée de symétrie », ou « phase de Higgs », (voir encadrés 2 et 3), les quanta de radiation deviennent massifs et les interactions de courte portée. C'est cette phase qui décrit les interactions faibles. Dans l'exemple de l'eau le paramètre qui détermine la phase est la température. Dans le cas des théories de jauge c'est un nouveau champ quantique, « le champ de Higgs », du nom du physicien Britannique Peter Ware Higgs, qui devient ainsi un élément essentiel de la théorie. En fait, son rôle est



## Encadré 3

## Phénomène de Higgs

Une grande variété de systèmes physiques ont un comportement de transition de phase avec brisure spontanée d'une symétrie. Nous montrerons ici l'exemple d'une théorie des champs classique décrivant le champ électromagnétique de Maxwell couplé à une distribution de charge représentée par une fonction complexe  $\phi(\vec{x}, t)$ . A des fins de présentation, nous procédons par étapes. Considérons d'abord un modèle pour la dynamique de la distribution de charge seule avec une densité hamiltonienne donnée par

$$\mathcal{H}_1 = \dot{\phi}\dot{\phi}^* + \vec{\nabla}\phi \cdot \vec{\nabla}\phi^* + V(\phi) ; \quad V(\phi) = a\phi\phi^* + \lambda(\phi\phi^*)^2 \quad (10)$$

Les deux premiers termes sont définis positifs. Donc le minimum de  $\mathcal{H}_1$  est atteint pour une fonction  $\phi = \text{constante}$ , dont la valeur minimise la fonction  $V(\phi)$ . Il est clair que si  $\lambda < 0$ , il n'y a pas de minimum. Supposons donc que  $\lambda > 0$ . Le minimum de  $V$  dépend alors du signe de  $a$ . Pour  $a > 0$  (figure 1),  $\phi = 0$ . C'est la solution symétrique, parce que c'est la seule valeur de  $\phi$  invariante par changement de phase.

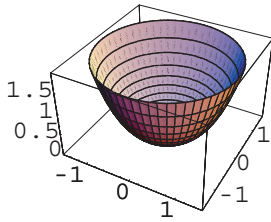


Figure 1 - La solution symétrique est stable.

Pour  $a < 0$  (figure 2), les valeurs de  $\phi$  pour lesquelles  $V$  est minimum décrivent un cercle  $\phi = ve^{i\zeta/v}$  avec  $v = (-a/2\lambda)^{1/2}$ . Chacune de ces solutions brise la symétrie mais elles sont toutes dégénérées. La solution symétrique  $\phi = 0$  correspond maintenant à un maximum local de l'énergie. Nous avons donc réuni tous les ingrédients d'une brisure spontanée : Présence d'un point critique  $a = 0$ , solution symétrique instable, état fondamental dégénéré.

En l'absence d'une solution générale, nous pouvons étudier le problème des petites oscillations. Dans ce cas, il vaut mieux le faire autour d'une solution stable. Pour  $a < 0$ , opérons un changement de variables, de  $\phi(\vec{x}, t)$  et  $\phi^*(\vec{x}, t)$  à  $\rho(\vec{x}, t)$  et  $\zeta(\vec{x}, t)$  :

$$\phi(\vec{x}, t) = [v + \frac{\rho(\vec{x}, t)}{\sqrt{2}}]e^{i\zeta(\vec{x}, t)/v} \quad (11)$$

encore plus important. L'accord avec les résultats expérimentaux implique que, dans la phase non-brisée, toutes les particules du Modèle Standard et pas seulement les quanta de radiation, ont des masses nulles. Ainsi, c'est la brisure spontanée de la symétrie à travers le mécanisme de Higgs

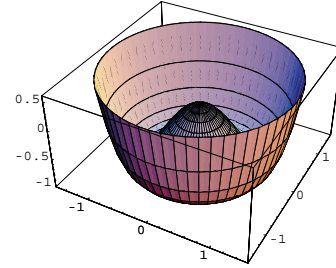


Figure 2 - Brisure spontanée de la symétrie.

et gardons dans l'hamiltonien seulement les termes du deuxième ordre :

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{2}[(\dot{\rho})^2 + (\dot{\zeta})^2 + \vec{\nabla}\rho \cdot \vec{\nabla}\rho + \vec{\nabla}\zeta \cdot \vec{\nabla}\zeta + 4\lambda v^2(\rho)^2] \quad (12)$$

Le point important est l'absence de terme proportionnel à  $(\zeta)^2$ , ce qui est normal parce qu'il n'y a pas de force de rappel selon la direction  $\zeta$  (figure 2). Si on cherche des solutions en ondes planes, celle de  $\rho$  aura une loi de dispersion :  $(k^0)^2 - \vec{k} \cdot \vec{k} = 4\lambda v^2$  et celle de  $\zeta$  :  $(k^0)^2 - \vec{k} \cdot \vec{k} = 0$ . En théorie quantique  $\zeta$  donnerait une particule de masse nulle. Ce résultat est un exemple d'un théorème dû à Jeffrey Goldstone : La brisure spontanée d'une symétrie globale continue donne naissance à une particule de masse nulle. C'est la version quantique de la propriété de dégénérescence de la solution à énergie minimum. Cette analyse peut s'étendre au cas d'une symétrie de jauge. Appliquant la méthode de l'encadré 1, nous remplaçons les dérivées par les dérivées covariantes.

$$\mathcal{H}_2 = [|\frac{\partial}{\partial t} - ieA_0]\phi|^2 + |[(\vec{\nabla} - ie\vec{A})\phi]|^2 + V(\phi) + \mathcal{H}_{em} \quad (13)$$

où  $\mathcal{H}_{em}$  représente l'énergie cinétique du champ électromagnétique. La même analyse montre qu'il y a brisure spontanée de la symétrie pour  $a < 0$  et le changement de variable (11) combiné avec

$$B_0 = A_0 + \frac{1}{ev}\dot{\zeta} ; \quad \vec{B} = \vec{A} + \frac{1}{ev}\vec{\nabla}\zeta \quad (14)$$

donne un hamiltonien dans lequel le champ  $\zeta$  disparaît et le champ  $B$  a une loi de dispersion caractéristique d'une particule massive. C'est le théorème de Brout-Englert-Higgs : dans une brisure spontanée d'une symétrie de jauge, la particule de Goldstone disparaît et le champ de jauge crée une particule massive.

qui est à l'origine des masses de toutes les particules de l'Univers.

Le Modèle Standard est basé sur une structure mathématique qui porte un nom barbare : il s'agit du groupe  $U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3)$ . En langage technique la notation

est la suivante :  $U(1)$  désigne les transformations d'une phase.  $SU(2)$  celles qui peuvent être représentées par des matrices  $2 \times 2$ , unitaires (la signification du symbole  $U$ ) et de déterminant égal à un (la signification du symbole  $S$ ). De même pour  $SU(3)$  avec des matrices  $3 \times 3$ .

Le morceau  $U(1) \otimes SU(2)$  décrit, de façon unifiée, les interactions électromagnétiques et faibles. Il contient quatre quanta de radiation (un pour la partie  $U(1)$  et trois pour  $SU(2)$ ). La symétrie est brisée spontanément  $U(1) \otimes SU(2) \rightarrow U(1)_{em}$  en une symétrie de phase qui correspond aux interactions électromagnétiques. Ainsi le quantum associé reste de masse nulle et il est identifié au photon. Les trois autres deviennent massifs. Ils sont les trois bosons (voir encadré 5) intermédiaires qui transmettent les interactions faibles.

Le morceau  $SU(3)$  décrit les interactions fortes. Il contient huit quanta de radiation appelés « gluons ». La symétrie n'est pas brisée et les huit gluons sont de masse nulle. Ceci semble en contradiction avec le fait expérimental qui indique que les forces nucléaires sont de courte portée. La réponse est que la théorie  $SU(3)$  n'est pas formulée en termes de protons et de neutrons mais en termes de leurs constituants, les quarks. L'échange de gluons entre les quarks produit les interactions fortes fondamentales qui satisfont à l'invariance de jauge. Les forces nucléaires entre protons et neutrons sont dérivées à partir des interactions fortes fondamentales de la même façon que les forces de Van der Waals entre atomes et molécules sont dérivées à partir des interactions électromagnétiques. Cette théorie a deux propriétés remarquables. La première est la liberté

#### Encadré 4

### Liberté asymptotique

L'intensité d'une interaction est mesurée en termes de la force qu'elle produit entre deux sources séparées d'une distance  $r$ . Par exemple, la force entre deux charges électriques ponctuelles dans le vide est proportionnelle à  $Q_1 Q_2 / r^2$ . Cette relation est modifiée dans un milieu dont les molécules possèdent des moments électriques dipolaire, quadrupolaire, etc. Par exemple, dans l'eau la relation est modifiée en remplaçant  $Q$  par  $\frac{1}{\epsilon} Q$ , où  $\epsilon$ , la constante diélectrique, est supérieure à un.

Dans un milieu dont les molécules ont des moments quadrupolaires, octapolaires, etc. appréciables, la charge effective sera une fonction de  $r$ . On en conclut que l'intensité de l'interaction dépend des propriétés « diélectriques » du milieu.

Ce phénomène peut être transposé en théorie quantique des champs à cause de l'effet de la polarisation du vide. Si  $g$  est la constante qui caractérise l'intensité de l'interaction, la « constante de couplage » (dans l'exemple précédent c'était la charge électrique), nous nous attendons à ce qu'elle soit remplacée par  $g_{eff}(r)$  avec la condition de normalisation  $g_{eff}(r = r_0) = g$ , en d'autres termes, nous définissons la constante de couplage  $g$  comme la valeur de  $g_{eff}$  à une distance de référence  $r_0$ . Les méthodes de la théorie quantique des champs nous permettent souvent de calculer cette dépendance. Pour les applications en physique des particules il est plus commode de remplacer la distance  $r$  par l'échelle d'énergie  $\mu$ , en utilisant la relation  $E \sim 1/r$ . (Cette forme très simple est une conséquence de notre système d'unités dans lequel  $c = \hbar = 1$ . En réalité l'analyse dimensionnelle et la relation d'incertitude nous donne  $E \sim c\hbar/r$ ). Nous obtenons une équation différentielle de la forme

$$\mu \frac{\partial g_{eff}(\mu)}{\partial \mu} = \beta(g_{eff}(\mu)) \quad (15)$$

où  $\beta$  est une fonction qui caractérise la théorie. Il est clair que  $g_{eff}$  augmente avec l'énergie si  $\beta$  est positif et diminue s'il est négatif. Les zéros de  $\beta$  sont des points fixes de  $g_{eff}$ . Le calcul exact de  $\beta$  nécessite une solution exacte de la théorie, ce qui est

hors de notre portée pour une théorie quantique des champs réaliste. En théorie des perturbations nous ne pouvons calculer que les premiers termes d'un développement de  $\beta$  en puissances de  $g$ . Il est clair que  $\beta = 0$  pour  $g = 0$ , parce qu'il n'y a pas de polarisation du vide dans une théorie sans interaction. Donc l'origine est un point fixe. Sa nature, attracteur ou répulseur, dépend du signe du premier terme non-nul du développement perturbatif. La figure (a) montre un comportement où  $g_{eff}$  augmente avec l'énergie et la figure (b) le cas où  $\lim_{E \rightarrow \infty} g_{eff}(E) = 0$ . Dans ce dernier cas, la théorie s'appelle asymptotiquement libre.

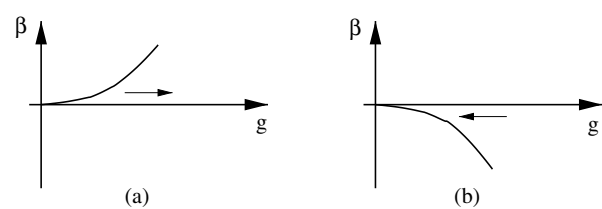


Figure - Le point  $g = 0$  est : répulseur (a), attracteur (b).

Nous pouvons maintenant annoncer le résultat le plus important de cette section : de toutes les théories quantiques des champs à quatre dimensions d'espace-temps, seules les théories invariantes de jauge non-abéliennes, dans la phase de symétrie non brisée, sont asymptotiquement libres. Le « non-abéliennes » exclut l'électrodynamique et « la phase de symétrie non brisée » exclut la partie du Modèle Standard qui décrit les interactions électromagnétiques et faibles. Ce théorème est très facile à démontrer. Il n'y a que cinq théories quantiques des champs pour lesquelles la série des perturbations est calculable. Toutes, à l'exception des théories de jauge non-abéliennes, ont le premier terme du développement de la fonction  $\beta$  positif.

asymptotique (voir encadré 4) ; l'intensité de l'interaction *augmente* avec la distance, faible à des distances très courtes, elle devient très forte aux alentours de  $10^{-13}$  cm, la taille caractéristique des protons et des neutrons. La deuxième, qui est probablement une conséquence de la première, est la propriété du *confinement* ; les particules élémentaires de la théorie, les quarks et les gluons, n'apparaissent pas comme des particules libres. Seuls leurs états liés, tels les protons, les neutrons, etc, peuvent être isolés.

## Les particules élémentaires

Nos connaissances sur le nombre et l'identité des constituants élémentaires de la matière changent avec le temps, au fur et à mesure que nous explorons des distances plus courtes. Ainsi nous avons parcouru la chaîne molécules → atomes → électrons + noyaux → électrons + protons + neutrons → électrons + quarks → ? et nous ne savons pas s'il existe une fin, et encore moins laquelle, dans cette démarche. La table actuelle (voir en fin d'article) présente les particules élémentaires, ou supposées telles, en trois secteurs :

1) *Les quanta de radiation*. Ce sont les particules dont l'échange est à l'origine des interactions. Ce qui est remarquable dans les théories de jauge est que le nombre ainsi que toutes les propriétés de ces particules sont déterminés par la géométrie. Elles sont toutes des bosons. Le photon, les bosons intermédiaires des interactions faibles  $W^+$ ,  $W^-$  et  $Z^0$  ainsi que les huit gluons des interactions fortes ont un spin égal à un et le graviton aurait un spin égal à deux.

2) *Les particules de matière*. Ce sont les constituants de la matière, comme on les connaît aujourd'hui. Contrairement aux bosons de jauge, les particules de matière ne sont pas des objets géométriques. Leur nombre, et en grande partie leurs propriétés, sont déterminés par l'expérience. Elles sont toutes des fermions de spin égal à  $1/2$ . Nous en avons deux sortes : les leptons, qui sont insensibles aux interactions fortes, et les quarks qui participent à toutes les interactions. Il semble que toutes les particules de matière peu-

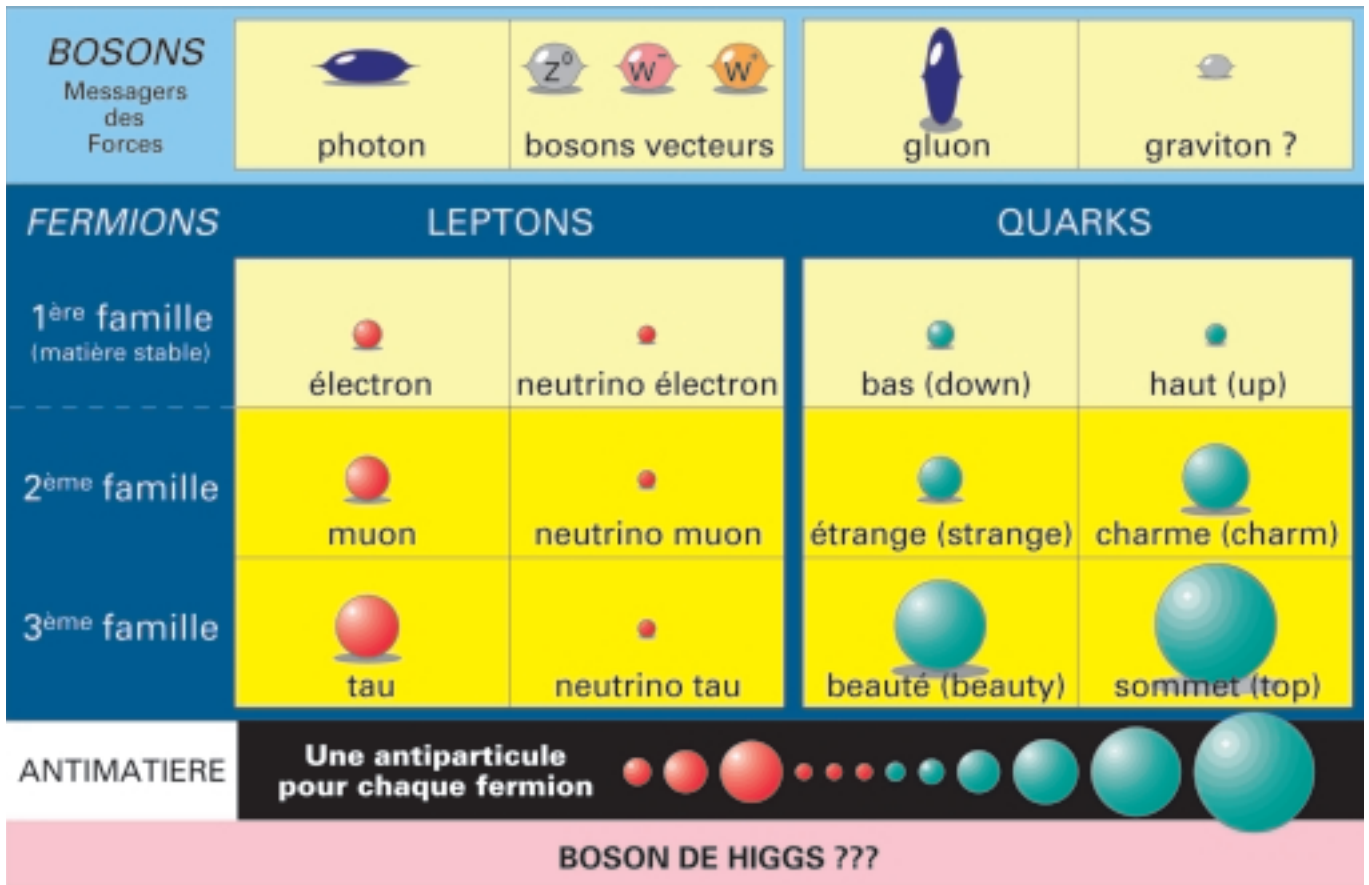
vent être classées en trois groupes, qu'on appelle *familles*. La première contient l'électron ( $e^-$ ), un lepton neutre qui lui est associé et qu'on appelle neutrino ( $\nu_e$ ), ainsi que les quarks  $u$ , qui porte une charge électrique égale à  $2/3$ , et  $d$  avec charge  $-1/3$ . Ces derniers sont les constituants des protons et des neutrons. Le proton est formé de deux  $u$  et un  $d$  et le neutron de deux  $d$  et un  $u$ . Chaque quark de la table existe sous trois espèces. Dans le jargon des physiciens ces espèces s'appellent *couleurs* (aucune relation avec le sens commun du terme). L'existence de ces trois espèces est liée à la théorie  $SU(3)$  des interactions fortes qui, par extension, s'appelle *chromodynamique quantique*. Les deux autres familles ont la même structure. Chacune comporte un lepton de charge négative, un neutrino associé et deux quarks de charges  $2/3$  et  $-1/3$ , chacun en trois couleurs. D'après nos connaissances actuelles, toute la matière sous conditions normales est formée à partir de la première famille seule. La raison de l'existence des deux autres, s'il y en a une, reste inconnue.

3) La dernière particule de la Table est accompagnée de plusieurs points d'interrogation. Il s'agit du boson associé au champ de Higgs qui, comme nous l'avons expliqué plus haut, est à l'origine de la brisure spontanée de la symétrie de jauge et de la création des masses.

Dans sa version la plus simple, la théorie prédit l'existence d'une seule particule de Higgs, électriquement neutre et de spin égal à zéro. Une des tâches principales du nouvel accélérateur LHC actuellement en construction au CERN à Genève, sera l'étude expérimentale de ce secteur qui reste le plus mystérieux et probablement le plus intéressant du Modèle Standard.

Dans les articles qui suivent nous verrons le succès spectaculaire du Modèle Standard qui décrit l'ensemble des résultats expérimentaux de très haute énergie. C'est la première fois qu'un tel accord entre théorie et expérience couvre un domaine aussi vaste de la physique des particules élémentaires. Mais au-delà de cet accord, les principes et les concepts géométriques qui sont à la base du modèle ont dépassé ce cadre et ont profondément influencé notre vision de toute la physique fondamentale.





Cette Table reflète nos idées actuelles sur la structure de la matière.

Les quarks, qui existent chacun sous 3 couleurs différentes et les 8 types de gluons ne se manifestent pas en tant que particules libres. Le graviton et le boson de Higgs n'ont pas encore été observés.

### Encadré 5

#### Fermions et bosons ; spin et statistique

Le spin est le moment cinétique intrinsèque d'une particule. C'est une notion quantique, parce que, en mécanique classique, une particule ponctuelle ne peut pas « tourner autour d'elle-même » et, par conséquent, ne peut pas avoir de moment cinétique intrinsèque. Comme plusieurs quantités en mécanique quantique, le moment cinétique prend uniquement des valeurs discrètes. En unités de  $\hbar$ , i.e. la constante de Planck  $h$  divisée par  $2\pi$ , elles ne peuvent être qu'entières ou demi-entières. Les particules dont le spin est un nombre entier s'appellent « bosons », du nom du physicien indien Satyendra Nath Bose, et celles avec un spin demi-entier « fermions », du nom du phy-

sicien italien Enrico Fermi. La mécanique quantique relativiste démontre, et l'expérience confirme, que ces deux espèces de particules obéissent à des lois statistiques différentes, appelées respectivement, « Bose-Einstein » et « Fermi-Dirac ». En particulier, les fermions suivent le principe d'interdiction de Pauli selon lequel deux fermions identiques ne peuvent pas occuper le même état quantique. C'est ce principe qui, appliqué aux électrons dont le spin est égal à  $1/2$  et qui sont donc des fermions, les place sur des orbites distinctes et donne la grande richesse de la physique macroscopique.