JEAN-YVES WELSCHINGER

COMPTER LES COURBES

Trajectoires des planètes, formes des cheminées de centrales nucléaires… beaucoup de courbes et de surfaces présentes dans notre quotidien sont définies à partir de fonctions simples comme les polynômes[1]. Mais de nombreuses questions sur leur comptage, leur classement, restent sans réponse et requièrent des théories mathématiques sophistiquées pour progresser. C'est le domaine de Jean-Yves Welschinger, 35 ans, tout juste nommé directeur de recherche au CNRS.

C'est lors de ses études à l'École normale supérieure de Lyon qu'il opte pour la recherche en mathématiques. Les hasards de sa vie personnelle le fixent à Strasbourg, où il choisit un sujet de thèse lié à des domaines qui l'avaient séduit pendant ses études, la topologie et l'algèbre. Il se met ainsi à travailler sur le seizième problème de Hilbert, tiré d'une liste célèbre de vingt-trois questions ouvertes dressée par le mathématicien allemand en 1900. « Les courbes algébriques réelles peuvent se décomposer en plusieurs éléments. Par exemple, certaines courbes de degré 4 sont formées par la réunion de deux ellipses. Le problème de Hilbert, dans sa forme moderne, est d'identifier toutes ces composantes et leurs positions mutuelles, pour tous les degrés. » Il énonce plusieurs contraintes que doivent vérifier certaines de ces courbes, grâce à des méthodes de topologie.

IL S'AGIT DE COMPTER COMBIEN DE COURBES PASSENT PAR UN NOMBRE DE POINTS DONNÉS – TELS QUE LA RÉPONSE NE SOIT PAS ZÉRO OU UNE INFINITÉ.

Après sa thèse, soutenue en 2000, il revient à l'ENS Lyon comme agrégé-préparateur, avec un contrat de trois ans. Intéressé depuis longtemps par la géométrie symplectique, il profite de la présence dans son laboratoire d'un spécialiste du domaine, Jean-Claude Sikorav, pour s'y plonger. Ce type de géométrie puise sa source dans une formalisation de la mécanique développée par le Français Joseph-Louis Lagrange et l'Irlandais William Hamilton entre le XVIIIe et le XIXe siècle. « C'est un domaine qui s'est considérablement développé dans les années 1980, grâce à un grand mathématicien d'origine russe aujourd'hui établi en France, Mikhaïl Gromov. »

L'un des apports les plus marquants de ce jeune chercheur s'est fait dans le comptage des objets géométriques. « Il s'agit de compter combien de courbes passent par un nombre de points donnés – tels que la réponse ne soit pas zéro ou une infinité. Par exemple, entre deux points distincts, il passe une et une seule droite. Ce nombre est le même quels que soient les points choisis. Mais une telle invariance n'est pas du tout évidente en géométrie symplectique, pas plus qu'un tel dénombrement pour des courbes plus compliquées. » C'était le cas des courbes rationnelles[2], jusqu'à ce que Gromov, dans les années 1980, découvre les méthodes de la géométrie symplectique qui ont permis de répondre à ces questions.

INSTITUT DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET DE LEURS INTERACTIONS (INSMI)
INSTITUT CAMILLE JORDAN (ICJ)
UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD LYON 1 / CNRS / ÉCOLE CENTRALE DE LYON / INSA LYON
VILLEURBANNE
http://math.univ-lyon1.fr/
http://math.univ-lyon1.fr/~welschinger

Mais cette avancée majeure a été faite dans le cas des nombres complexes[3]. Dans le cas réel, plus compliqué, personne n'imagine vraiment qu'on puisse trouver des invariants. Or, fin 2002, Jean-Yves parvient à en définir un, en comptant certaines courbes positivement et d'autres négativement. Suite à cette percée internationalement reconnue, il est recruté au CNRS. Depuis, il travaille sur des questions similaires, à l'aide d'autres méthodes, comme la théorie symplectique des champs.

[1] Les polynômes d'une variable sont une somme de différentes puissances de cette variable, affectées de coefficients. La puissance la plus grande est le degré du polynôme.
[2] Les courbes rationnelles ont des coordonnées définies par des fractions de polynômes, dont le degré est le même.
[3] Les nombres complexes sont une extension des nombres réels, dont le carré peut être négatif. À l'inverse des polynômes réels, les polynômes complexes admettent toujours des racines.